

Para aquellos profesores que disfrutan de encontrar retos para los estudiantes, creo que este es uno bueno.

Resuelve:

$$abx^2 - a^2x = b^2x - ab$$

✓ **Primer Método:** Primero reescribimos la ecuación en la forma:  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

$$\begin{aligned} abx^2 - a^2x &= b^2x - ab \\ abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab &= 0 \end{aligned}$$

✓ Ahora aplicamos la fórmula general:

$$\begin{aligned} x &= \frac{a^2 + b^2 \pm \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2}}{2ab} \\ &= \frac{a^2 + b^2 \pm \sqrt{a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 4a^2b^2}}{2ab} \\ &= \frac{a^2 + b^2 \pm \sqrt{a^4 - 2a^2b^2 + b^4}}{2ab} \\ &= \frac{a^2 + b^2 \pm \sqrt{(a^2 - b^2)^2}}{2ab} \\ &= \frac{a^2 + b^2 \pm (a^2 - b^2)}{2ab} \end{aligned}$$

✓ Ahora calculamos por separado cada una de las raíces de la ecuación:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{a^2 + b^2 + (a^2 - b^2)}{2ab} \\ &= \frac{2a^2}{2ab} = \frac{a}{b} \\ x_2 &= \frac{a^2 + b^2 - a^2 + b^2}{2ab} \\ &= \frac{2b^2}{2ab} = \frac{b}{a} \end{aligned}$$

✓ **Segundo Método:** Podemos dividir ambos lados de la ecuación entre  $ab$  y obtener:

$$\begin{aligned} abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab &= 0 \\ x^2 - \frac{a^2 + b^2}{ab}x + 1 &= 0 \\ x^2 - \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)x + 1 &= 0 \\ \left(x - \frac{a}{b}\right)\left(x - \frac{b}{a}\right) &= 0 \end{aligned}$$

✓ De donde se hace evidente que la solución que encontramos con el primer método es correcta.

Un saludo.  
Efraín Soto A.